EJERCICIO ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA **CAPÍTULO 7**

AUTOR DEL CURSO: Javier García

EJERCICIO RESUELTO: Miguel Ángel Montañez 20-09-2022

Ejercicio 7. Demostrar que la función $K(x_2, x_1) = K_o(x_2, x_1) - i\int K_o(x_2, x_3)V(x_3)K(x_3, x_1)d^4x_3$ es solución de la ecuación de Schrödinger con $H = H_o + V(x, t)$.

La función de Green de la ecuación de Schrödinger satisface:

$$i\frac{\partial K(x_2, x_1)}{\partial t_2} - HK(x_2, x_1) = 0$$

Si H_o es el hamiltoniano de una partícula libre:

$$i\frac{\partial K_o(x_2, x_1)}{\partial t_2} - H_oK_o(x_2, x_1) = 0$$

donde $K_o = \sum_n\Phi_n(\mathbf{x}_2)\Phi^*_n(\mathbf{x}_1)\exp\{-iE_n(t_2 - t_1)\}$. (Feynman)

Vamos a demostrar que:

$$K(x_2, x_1) = K_o(x_2, x_1) - i\int K_o(x_2, x_3)V(x_3)K(x_3, x_1)d^4x_3$$

es solución de la ecuación de Schrödinger con $H = H_o + V(x)$. $x = (\mathbf{x},t)$

$$i\,\partial/\partial t_2\, K_o(x_2, x_1) + \partial/\partial t_2 \iint_{t1}^{t2} K_o(x_2, x_3)V(x_3)K(x_3, x_1)dt_3d^3x_3 \;-\; H_oK(x_2, x_1) \;-\; V(x_2)\, K(x_2, x_1) =$$

$$i\,\partial/\partial t_2\, K_o(x_2, x_1) + \int K_o(\mathbf{x}_2,t_2;\, \mathbf{x}_3,t_2)\, V(\mathbf{x}_3,t_2)\, K(\mathbf{x}_3,t_2;\, \mathbf{x}_1,t_1)d^3x_3 \;-\; H_oK(x_2, x_1) \;-\; V(x_2)\, K(x_2, x_1) =$$

$$i\,\partial/\partial t_2\, K_o(x_2, x_1) + \int \textstyle\sum_n \Phi_n(\mathbf{x}_2)\Phi^*_n(\mathbf{x}_3)\, V(\mathbf{x}_3,t_2)\, K(\mathbf{x}_3,t_2;\, \mathbf{x}_1,t_1)d^3x_3 \;-\; H_oK(x_2, x_1) \;-\; V(x_2)\, K(x_2, x_1) =$$

$$i\,\partial/\partial t_2\, K_o(x_2, x_1) + \int \delta(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_3)\, V(\mathbf{x}_3,t_2)\, K(\mathbf{x}_3,t_2;\, \mathbf{x}_1,t_1)d^3x_3 \;-\; H_oK(x_2, x_1) \;-\; V(x_2)\, K(x_2, x_1) =$$

$$i\,\partial/\partial t_2\, K_o(x_2, x_1) + V(\mathbf{x}_2,t_2)\, K(\mathbf{x}_2,t_2;\, \mathbf{x}_1,t_1) \;-\; H_oK(x_2, x_1) \;-\; V(x_2)\, K(x_2, x_1) =$$

$$i\,\partial/\partial t_2\, K_o(x_2, x_1) + V(x_2)\, K(x_2, x_1) \;-\; H_oK(x_2, x_1) \;-\; V(x_2)\, K(x_2, x_1) =$$

$$i\,\partial/\partial t_2\, K_o(x_2, x_1) \;-\; H_oK(x_2, x_1) =$$

$$i\,\partial/\partial t_2\, K_o(x_2, x_1) \;-\; H_oK_o(x_2, x_1) = 0$$

Como H_o implica que $V(x) = 0$, entonces $H_oK(x_2, x_1) = H_oK_o(x_2, x_1)$.